

Внутренний математический бой

1. На полу стоят 4 большие гири. Силач Сидоров долго поднимал эти гири и пришёл к выводу, что, какие три гири ни возьми, какая-то одна гиря будет весить в 2 раза больше, чем две другие, вместе взятые. Может ли так быть? Веса некоторых гирь могут совпадать.

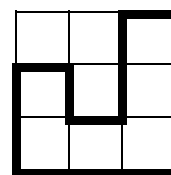
2. Вася заменил в словах МИНОТАВР и ДИНОЗАВР буквы цифрами (разные буквы — разными цифрами, одинаковые — одинаковыми) так, чтобы разность между большим и меньшим из этих чисел имела наибольшую возможную сумму цифр. Чему равна эта сумма?

3. Дано 100-значное число, все цифры которого отличны от 0. Его цифры разбили на пары соседних и в каждой паре цифры поменяли местами. Могло ли число после такой операции увеличиться ровно в 5 раз? Напомним, что число не может начинаться с 0.

4. На конгресс приехало 100 учёных, каждый знает три языка. Оказалось, что любые четверо из них могут общаться на одном языке. Докажите, что и любые пятеро могут общаться на одном языке.

5. В задании на контрольной надо было подсчитать сумму $1,11+1,22+1,33+1,44+1,55+1,66+1,77+1,88+1,99$. Ваня думал, что в ответе обязательно должно быть целое число, поэтому он, не заметив часть запятых, получил целое число. Какое наименьшее число запятых мог не заметить Ваня?

6. Квадрат разрезали на фигурки вида, показанного на рисунке справа. Каков наименьший возможный размер этого квадрата?



Фигурки можно поворачивать и переворачивать. 7. Андре, проживающий в городе A , выехал из него, доехал до города B , провел там ровно час, после чего выехал обратно в A . Его друг Блез, живущий в городе B , выехал из города B в тот же момент, когда и Андре из A , доехал до города A , провел там час и вернулся в B . Оба путешественника двигались с постоянной скоростью (скорость Андре и Блеза могла быть разной). Их первая встреча произошла в 70 км от города A , а вторая — в 40 км от города B , причем оба уже возвращались домой. Найдите расстояние между A и B .

8. При каких натуральных n число $n! \times (n+1)! \times (n+2)!$ является точным кубом?